1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Série N°10 : Généralités sur les fonctions

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com)

Exercice 1 : Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f dans les cas suivants :

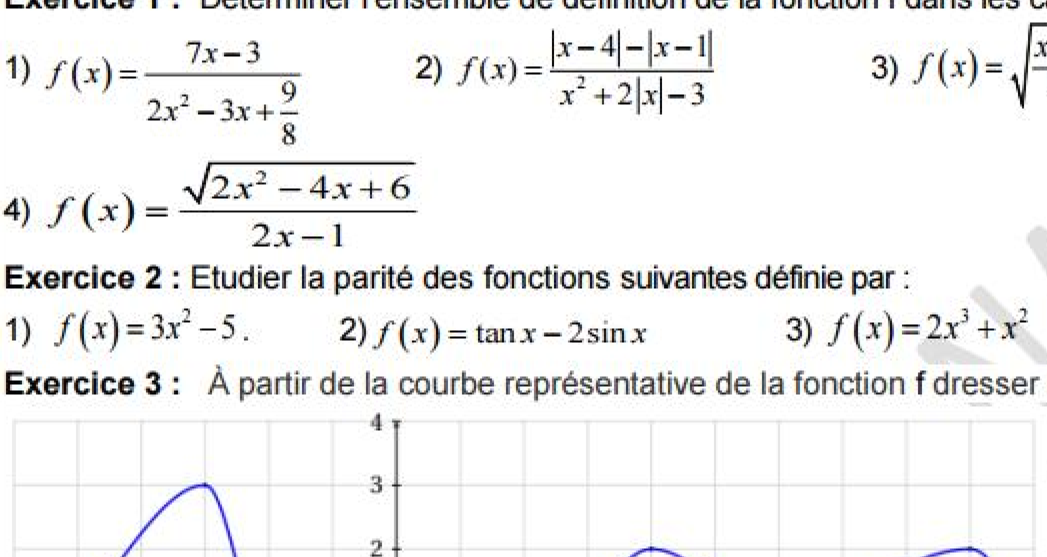
1) $f(x)=\dfrac{7x-3}{2x^2-3x+\dfrac{9}{8}}$ 2) $f(x)=\dfrac{|x-4|-|x-1|}{x^2+2|x|-3}$ 3) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x+1}{x}}$

4) $f(x)=\dfrac{\sqrt{2x^2-4x+6}}{2x-1}$

Exercice 2 : Etudier la parité des fonctions suivantes définie par :

1) $f(x)=3x^2-5$. 2) $f(x)=\tan x-2\sin x$ 3) $f(x)=2x^3+x^2$

Exercice 3 : À partir de la courbe représentative de la fonction f dresser son tableau de variations



Exercice 4 : On considère une fonction f définie sur l'intervalle [−4;5] dont le tableau de variation est donné ci-dessous.

x	-4		-1		3		5
f	6	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier votre réponse.

Affirmation 1 : $f(4)\ge 0$

Affirmation 2 : La courbe représentant la fonction f coupe l'axe des abscisses en un seul point.

Exercice 5 : Soit si dessous : (C_f) La courbe représentative d'une fonction f

Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\dfrac{f(x)}{x^2-x-2}<0$

Exercice 6 : Considérons la fonction f périodique de période 2 tel que : $f(x)=x-1 \quad \forall x\in[0;2[$

1)Tracer la représentation graphique de la fonction sur $[-4;6[$ dans un repère $(0;\vec{i};\vec{j})$

2) Calculer : $f(9)$; $f(-8,5)$; $f(2025)$

3) Donner l'expression de : $f(x)$ sur les intervalles : $I_k=[2k;2(k+1)[\ k\in\mathbb{Z}$

Exercice 7 : Soit g une fonction tel que : $g(x)=\dfrac{x}{x+1}$.

1) Déterminer D_g.

2) Calculer le taux d'accroissement de fonction de g entre x_1 et x_2 tel que : $x_1\neq x_2$.

3) Etudier les variations de g sur les intervalles $I=]-\infty;-1[$ et $J=]-1;+\infty[$.

4) Dresser son tableau de variation de f.

5) En déduire une comparaison des nombres : $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$ et $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$

Exercice 8 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=5x^2+3$

Montrer que f admet un minimum absolu sur $\mathbb{R}$ que l'on déterminera

Exercice 9 : Soit g une fonction numérique tel que : $g(x)=-4x^2+1$

Montrer que g admet un maximum absolu sur $\mathbb{R}$ que l'on déterminera

Exercice10 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=-2x^2+4x+1$

Montrer que 3 est le maximum absolu de f sur $\mathbb{R}$

Exercice11 : On considère les fonctions : $f:x\to f(x)=\dfrac{1}{2}x^2$ et $g:x\to g(x)=\dfrac{1}{x+1}$.

Le but de l'exercice est d'étudier la position relative de (C_f) et (C_g) les courbes représentatives des fonctions f et g

1) Déterminer l'ensemble de définition des fonctions f et g

2) Montrer que, pour tout nombre x réel : $x^3+x^2-2=(x-1)(x^2+2x+2)$

3) Montrer que pour tout nombre x réel : $x^2+2x+2=(x+1)^2+1$ et en déduire le signe de l'expression : x^2+2x+2

4) A l'aide de ce qui précède, déterminer la position relative des courbes (C_f) et (C_g)

Exercice12 : Soient f et g les deux fonctions définies par :

$f(x)=-x^2-2x+3$ et $g(x)=\dfrac{x-1}{x+2}$

(C_f) et (C_g) Les courbes représentatives de f et g

1) Dresser le Tableau de variations de f et de g

2) a) Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f) avec l'axe des abscisses

b) Trouver le point d'intersection de la courbe (C_g) avec l'axe des abscisses

3) Tracer Les courbes représentatives (C_f) et (C_g) dans le même repère

4) a) Résoudre graphiquement l'équation $f(x)=g(x)$

b) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x)\ge g(x)$

Exercice13 : Soit les fonctions f et g tel que : $f(x)=x^2-2x+3$ et $g(x)=2x+1$

Déterminer : $g\circ f$ et $f\circ g$

Exercice14 : Exprimer les fonctions suivantes à l'aide de fonctions élémentaires :

1) $h_1(x)=\dfrac{1}{3x-1}$ 2) $h_2(x)=\sqrt{x+3}$ 3) $h_3(x)=3\sqrt{x}+4$

Exercice15 : Soient f et g et h les trois fonctions définies par :

$f(x)=\dfrac{6x^2+8x+11}{(x-1)^2}$ et $g(x)=\dfrac{2x+3}{x-1}$ et $h(x)=x^2+2$

1) a) Etudier les variations de g et de h

b) Etudier le signe de la fonction g

2) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}-\{1\}: f(x)=(h\circ g)(x)$

3) Etudier les variations de f dans les intervalles : $]1;+\infty[$; $\left[-\dfrac{3}{2};1\right[$; $\left]-\infty;-\dfrac{3}{2}\right]$

Exercice16 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=x-2\sqrt{x-2}+1$

1) Déterminer D_f 2) Démontrer que : $f(x)\ge 2$; $\forall x\in[2;+\infty[$

3) Soit : $h(x)=\sqrt{x-2}$

a) Dresser le tableau de variation de h

b) Déterminer : $h([2;3])$; $h([3;+\infty[)$

4) a) Déterminer une fonction polynôme de degré 2 ; tel que : $f(x)=g\circ h(x)$; $\forall x\in[2;+\infty[$

b) En déduire les variations de f

c) Déterminer le tableau de variation de $\dfrac{1}{f}$

Exercice17 Soient f et g deux fonctions définies par : $f(x)=\sqrt{x+2}$ et $g(x)=\dfrac{x-3}{x+3}$

et (C_f) et (C_g) Les courbes représentatives de f et g

1) Déterminer D_f et D_g

2) Déterminer les tableaux de variations de f et g

3) a) Tracer les courbes (C_f) et (C_g) dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

b) Résoudre graphiquement sur $\mathbb{R}$ l'inéquation : $x\left(1-\sqrt{x+2}\right)=3\left(1+\sqrt{x+2}\right)$

4) Soit h la fonction définie par : $h(x)=\dfrac{\sqrt{x+2}-3}{\sqrt{x+2}+3}$: $\forall x\in[-2;+\infty[$

a) Montrer que : h est majoré par 1 et que -1 c'est la valeur maximale absolue de h

b) Étudier les variations de h sur $[-2;+\infty[$

Exercice18 : Soient f et g deux fonctions numériques définies par : $f(x)=x^2-x$ et $g(x)=\sqrt{x}$

1) Dresser les tableaux de variations de f et g

2) Soit : h la fonction numérique définie par : $h(x)=(f\circ g)(x)$

a) Déterminer D_h

b) Etudier les variations de h sur $\left[0,\dfrac{1}{4}\right]$ et $\left[\dfrac{1}{4};+\infty\right[$

c) Montrer que h admet un minimum absolu au point d'abscisse $\dfrac{1}{4}$

3) Soit : k la fonction numérique définie par : $k(x)=(g\circ f)(x)$

a) Déterminer D_k

b) Etudier les variations de k

c) Calculer $k(x)=(g\circ f)(x)$; $\forall x\in D_k$

4)a) Tracer Les courbes représentatives (C_f) et (C_g) dans le même repère

b) Résoudre graphiquement sur $[0;+\infty[$ l'inéquation : $\dfrac{g(x)}{f(x)}\le 1$

(On admet que (C_g) coupe (C_f) en 2 points d'abscisse : 0 et $1,75$

Exercice19 : Soit f une fonction numérique définie par : $f(x)=x^2-1+E(x)\times(E(x)-2x)$

1) Calculer : $f(2)$; $f\left(\dfrac{1}{2}\right)$; $f\left(-\dfrac{3}{2}\right)$; $f(2025)$

2) Donner une expression simple de : $f(x)$ sur l'intervalle : $I_1=[0;1[$

3) Montrer que 1 est une période pour la fonction f

4) Tracer la représentation graphique de la fonction sur $[-4;4[$ dans un repère $(0;\vec{i};\vec{j})$

Exercice20 : Considérons la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{E(x)+\sin x}{x} & ;\ si\quad x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

1) Déterminer : D_f

2) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}^*$; $|f(x)-1|\le\dfrac{2}{|x|}$

Exercice 21 : Soit f une fonction numérique définie par : $f(x)=(-1)^{E(x)}\sqrt{\dfrac{1}{4}-\left(x-\dfrac{1}{2}-E(x)\right)^2}$

1) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $-\dfrac{1}{2}\le x-\dfrac{1}{2}-E(x)\prec\dfrac{1}{2}$

2) Déterminer D_f l'ensemble de définition de f

3) a) Montrer que 2 est une période pour la fonction f

b) Etudier la parité de f

c) En déduire que $[0;1]$:est un domaine d'étude de f

4)Soit g la fonction numérique définie par : $g(x)=-x^2+x$

a) Etudier les variations de g sur : $[0;1]$

b) Montrer que : $f(x)=h\circ g(x)\quad \forall x\in[0;1]$ avec h une fonction à déterminer

c) Donner le Tableau de variation de f sur : $[-1;1]$

Exercice22 : Soit f l'application définie par $:\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}\to\mathbb{Z}$

$f(n;m)=E\left(\dfrac{n+m}{2}\right)+E\left(\dfrac{n-m+1}{2}\right)$

1) Montrer que ; $\forall(n;m)\in\mathbb{Z}^2$; $E\left(\dfrac{n+m}{2}\right)+E\left(\dfrac{n-m+1}{2}\right)=n$

2) l'application f est-elle injective ? est-elle surjective ?

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien