1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Série N°11 : Généralités sur les fonctions

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com)

Exercice1 : Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f dans les cas suivants :

1) $f(x)=\sqrt{-5x^2+6x+8}-2x+1$ 2) $f(x)=\frac{|x-1|}{x-2\sqrt{x}-15}$ 3) $f(x)=\frac{x+2}{\sqrt{2x^2-3x+1}}$

4) $f(x)=\sqrt{-2x(x-2)(x^2-8x+16)}$

Exercice2 : Soit la fonction f définie par : $f(x)=\sqrt{4+x}\times\sqrt{6-x}$

1)a) Déterminer D_f b) Calculer : $f(0)$; $f(-3)$

c) Déterminer les antécédents de 0 et 1 par f (s'ils existent)

4) On considère la fonction g définie par : $g(x)=\sqrt{-x^2+2x+24}$ Montrer que : $f=g$

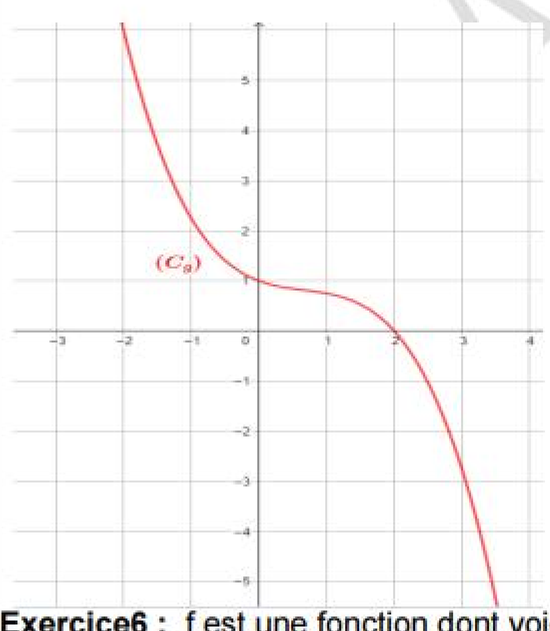
Exercice3 : Etudier la parité des fonctions suivantes définie par :

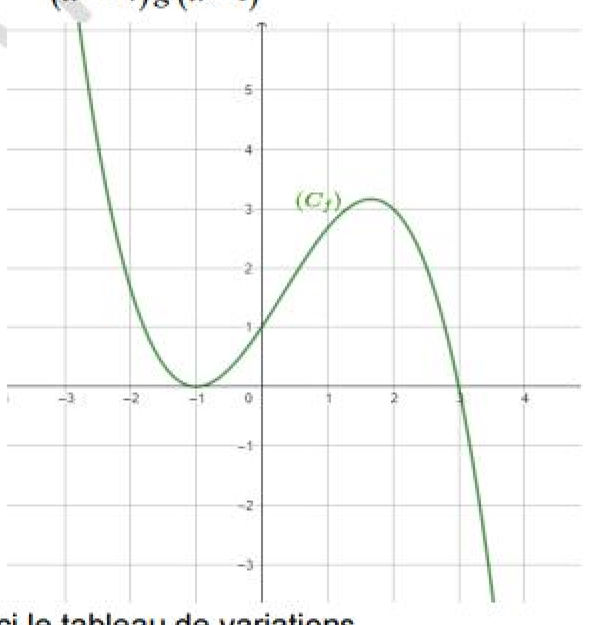
1) $g(x)=\frac{x}{x^2+1}$ 2) $f(x)=x^2+2x+\frac{1}{x}$

Exercice4 : Soient les deux fonctions : $h(x)=\frac{x^2-x}{x}$ et $t(x)=x-1$

Comparer les fonctions f et g

Exercice5 : Soient f et g deux fonctions définies par Les courbes représentatives (C_f) et (C_g) si dessous : Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\frac{(x^2-x-2)\times f(x)}{(x^2-4)g(x-1)}\leq 0$





Exercice6 : f est une fonction dont voici le tableau de variations

x	0	2	4	5
f	4 ↘	−2 ↗	6 ↘	0

1) Comparer f(0) et f(1) 2) Comparer f(2,5) et f(3) 3) Comparer f(1) et f(4,5)

Exercice7 : Etudier les variations des fonctions définies par : 1) $f(x)=-203x-\sqrt{2}$

2) $g(x)=\frac{2012}{x}$ 3) $h(x)=\frac{1}{2}x^3-2030$ 4) $k(x)=-\frac{1}{2}\sqrt{x-1}-\frac{\sqrt{2}}{2}$

Exercice8 : Soit f une fonction numérique définie de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}-\{0;1\}$ el que :

$f(x+1)=\frac{1}{1-f(x)}$; $\forall x\in\mathbb{R}$

1) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $f(x+2)=1-\frac{1}{f(x)}$

2)Déduire que f est périodique et $T=3$ est une période de f

Exercice9 : Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ et périodique de période $T=2$

Tel que : $\begin{cases} f(x)=x & si \quad x\in[0,1] \\ f(x)=2-x & si \quad x\in]1,2] \end{cases}$

1)Tracer la représentation graphique de la fonction f sur $[-5;7]$ dans un repère $(0;\vec{i};\vec{j})$

2) Calculer : $f\left(\frac{1}{2}\right)$; $f(-1)$; $f(2)$; $f(2025)$

Exercice10 : Soit f une fonction tel que : $f(x)=\frac{x}{x-1}$

1) Déterminer D_f l'ensemble de définition de la fonction f

2) a) Soient $x_1\in D_f$ et $x_2\in D_f$ tel que : $x_1\neq x_2$

Montrer que : $T(x_1;x_2)=\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=\frac{-1}{(x_1-1)(x_2-1)}$

b) En déduire la monotonie de la fonction f sur les intervalles $I=]-\infty;1[$ et $J=]1;+\infty[$.

3) Dresser le tableau de variation de f

4) Comparer les deux nombres : $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$ et $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$

Exercice11 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=x|x|-2x+2$

1) Tracer la courbe représentative (C_f) de f dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

2) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation :

$-x|x|+2x-2+m=0$ avec : $m\in\mathbb{R}$

3) Résoudre graphiquement l'inéquation : $1\leq f(x)\leq 3$.

Exercice12 : Soient f et g les deux fonctions définies sur R par : $f(x)=-x^2+4x+3$ et $g(x)=2x$

1)Déterminer la nature de la courbe (C_f) de f et ces éléments caractéristiques et étudier les variations de f et dresser le Tableau de variations de f

2)a) En déduire que : f est majorée sur $\mathbb{R}$

b) En déduire que : pour tout $x\in\left[2;\frac{5}{2}\right]$ On a : $\frac{27}{4}\leq f(x)\leq 7$

c) En déduire que : pour tout $x\in[-1;2]$ On a : $-2\leq f(x)\leq 7$

3)Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f) avec les axes du repère

4)Tracer Les courbes représentatives de (C_f) et (C_g)

5) Résoudre graphiquement et algébriquement l'équation : $f(x)=g(x)$

6) Résoudre graphiquement et algébriquement l'équation : $f(x)>0$

7) Résoudre graphiquement et algébriquement l'inéquation ; $f(x)>g(x)$

8) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation : $f(x)=m$ avec : $m\in\mathbb{R}$

Exercice13 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=\frac{-2|x|+1}{|x|-2}$ et (C_f) sa courbe dans un repère orthonormé

1) Vérifier que (C_f) est symétrique par rapport à l'axe des ordonnés

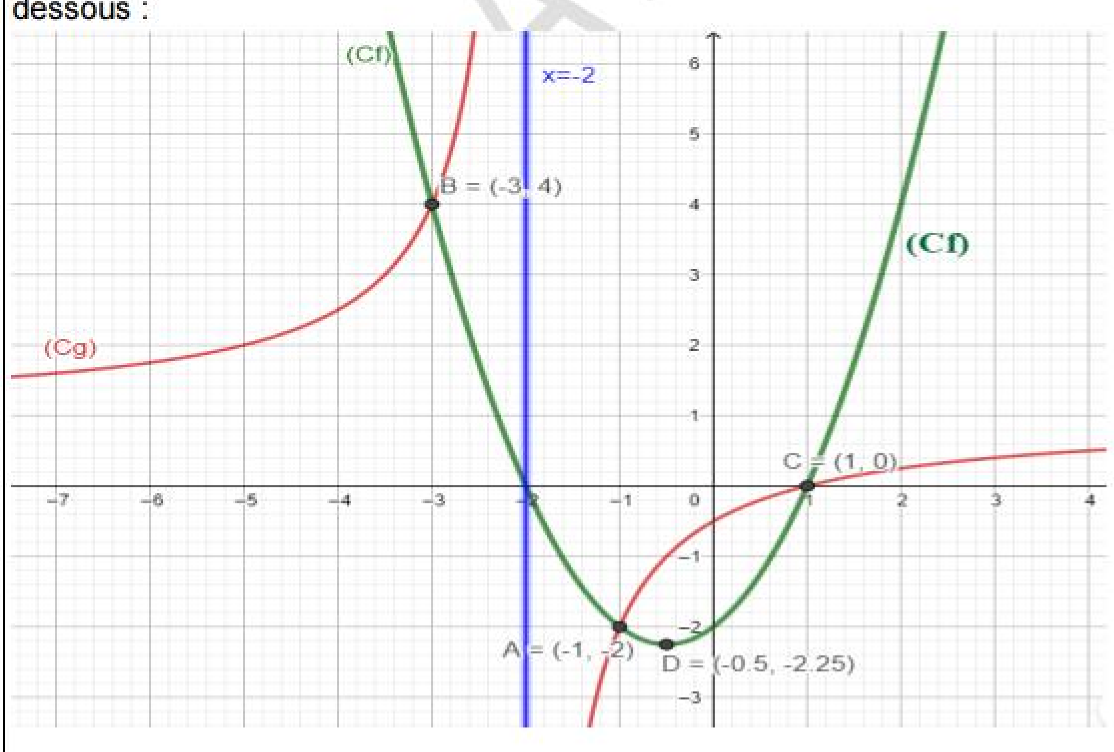
2) Etudier les variations de f sur $]2;+\infty[$ et en déduire les variations de f dans $]-\infty;-2[$

4) Soit g une fonction numérique définie sur $]1;+\infty[$ tel que : $g(x)=\frac{1}{2}\left(\frac{-4x^3+1}{x^3-1}\right)$

a) Vérifier que : $g(x)=f(2x^3)$; $\forall x\in]1;+\infty[$

b) En déduire les variations de g dans $]1;2]$

Exercice14 : Soient f et g deux fonctions définies par Les courbes représentatives (C_f) et (C_g) si dessous :



1) Déterminer D_f et D_g 2) On pose : $f(x)=ax^2+bx+c$ et $g(x)=\frac{x+\alpha}{x+2}$

Graphiquement :a) Déterminer les points d'intersections de (C_f) et (C_g)

b) Résoudre l'équation $f(x)=g(x)$ c) Résoudre l'inéquation $f(x)>g(x)$

d) Déterminer les variations de f et g

d) Déterminer : $f(]-\infty;-1])$; $f\left(\left]-1;-\frac{1}{2}\right]\right)$; $f\left(\left[-\frac{1}{2};0\right[\right)$; $f(]0;+\infty[)$

3)Montrer que : $f(x)=x^2+x-2$ et $g(x)=\frac{x-1}{x+2}$

5) Déterminer : $D_{g\circ f}$ et les variations de $g\circ f$

Exercice15 : Soient f et g deux fonctions numériques définies par :

$f(x)=-x^2+2x+1$ et $g(x)=\sqrt{x-1}$

1) Dresser le tableau de variation de f et de g

2) Vérifier que : $g(2)=f(2)$

3) Tracer Les courbes représentatives (C_f) et (C_g) dans le même repère en précisant les points d'intersections

4) Déterminer graphiquement l'image des intervalles suivants par g : $[1;2]$; $[2;+\infty[$

5) Résoudre graphiquement l'inéquation : $2x-\sqrt{x-1}\geq x^2-1$

6) Soit : h une fonction numérique définie sur $[1;+\infty[$ par : $h(x)=-x+2+2\sqrt{x-1}$

a) Vérifier que : $h(x)=(f\circ g)(x)$; $\forall x\in[1;+\infty[$

b) En déduire les variations de h sur $[1;+\infty[$ et dresser son tableau de variation

c) Soit : $a\in[3;+\infty[$; Montrer que : $\sqrt{a-2}-\sqrt{a-1}\geq-\frac{1}{2}$

Exercice16 : Soit f la fonction définie par : $f(x)=\frac{6x^2+8x+11}{(x-1)^2}$

1) ä) Montrer que pour tout $x\in D_f$: $f(x)=2+(g(x))^2$ où g est une fonction à déterminer

b) En déduire que : f est minorée sur D_f

c) f admet-elle un minimum absolu ? justifier

d) Déterminer la nature de la courbe (C_g) de g et ces éléments caractéristiques et tracer (C_g) dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

2) a) Étudier la monotonie de f dans les intervalles suivants : $]-\infty;1[$; $\left]1;\frac{3}{2}\right]$ et $\left[\frac{3}{2};+\infty\right[$

b) Dresser le tableau de variation de f et déterminer les extrémums de la fonction f.

Exercice17 : Soit f une fonction numérique définie par : $f(x)=\frac{x-E(x)}{\sqrt{x}}$

1) Calculer : $f(4)$; $f\left(\frac{9}{4}\right)$

2) Déterminer le domaine de définition de f

3) Montrer que f est bornée

4) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $f(x)=0$

Exercice18 : Considérons la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x)=\frac{E(x)-x+1}{x^2-4} & ; si \quad x\geq 0 \\ f(x)=\frac{\sin x}{\sqrt{1-x}-1} & ; si \quad x\prec 0 \end{cases}$

1) Déterminer : D_f

2) a) Vérifier que : $f(x)=\frac{3-x}{x^2-4}$ si $x\in]2;3[$

b) Vérifier que : $f(x)=\frac{2-x}{x^2-4}$ si $x\in]1;2[$

3) Montrer que : $0\prec f(x)\leq\frac{1}{x^2-4}$; $\forall x\in]2;+\infty[$

4) Montrer que : $|f(x)|\leq\frac{1}{\sqrt{1-x}-1}$; $\forall x\in]-\infty;0[$

Exercice19 : Soit la fonction f définie par : $\forall x\in\mathbb{R}$: $f(x)=E(x)+E(-x)$

1) Montrer que 1 est une période pour la fonction f

2) Simplifier l'expression de : $f(x)$ sur l'intervalles : $I_1=[0;1[$

3) En déduire l'expression de : $f(x)$ sur $\mathbb{R}$

4) En déduire que si : p et q deux entiers naturels premier entre eux alors :

$\sum_{k=1}^{q-1}E\left(\frac{kp}{q}\right)=\frac{(p-1)(q-1)}{2}$

Exercice20 : Soit la fonction f_n définie par : $\forall n\in\mathbb{N}^*$; $\forall x\in\mathbb{R}$: $f_n(x)=\sum_{k=0}^{n-1}E\left(x+\frac{k}{n}\right)-E(nx)$

1) Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}^*$; $\forall x\in\mathbb{R}$ $f_n\left(x+\frac{1}{n}\right)=f_n(x)$

2) Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}^*$; $\forall x\in\left[0;\frac{1}{n}\right[$; $f_n(x)=0$

3) En déduire que : $\forall n\in\mathbb{N}^*$; $\forall x\in\mathbb{R}$: $\sum_{k=0}^{n-1}E\left(x+\frac{k}{n}\right)=E(nx)$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien