1er BAC Sciences math BIOF

Série N°12 : Généralités sur les fonctions

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com)

Exercice1 : Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f dans les cas suivants :

1) $f(x)=3x^2-x+1$. 2) $f(x)=\frac{7x-1}{x^3-2x}$. 3) $f(x)=\sqrt{-3x+6}$.

4) $f(x)=(3x^2+2)\sqrt{-\frac{1}{2}x^2+x-4}$ 5) $f(x)=\sqrt{\frac{x^2+1}{1-x^2}}$ 6) $f(x)=\frac{\sqrt{x-2}}{x^2-x}$.

7) $f(x)=\frac{2\sin x+\cos x}{|x^2-4x+5|-1}$ 8) $f(x)=\frac{8\sin 3x+\cos 3x}{2\cos x-\sqrt{3}}$ 9) $f(x)=\sqrt{|x+1|-1}$

Exercice2 : Soit f la fonction numérique tel que : $\begin{cases} f(x)=\frac{x^3+x+1}{x-3} & si \quad x\le 0 \\ f(x)=\frac{x^2\sin x}{x^2+x-2} & si \quad x>0 \end{cases}$

1) Déterminer D_f

2) Calculer : $f(\pi)$; $f(0)$; $f(-1)$

Exercice3 : Soit f une fonction numérique définie de $\mathbb{R}$ sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=ax^{2025}+bx^{2023}+cx+3$

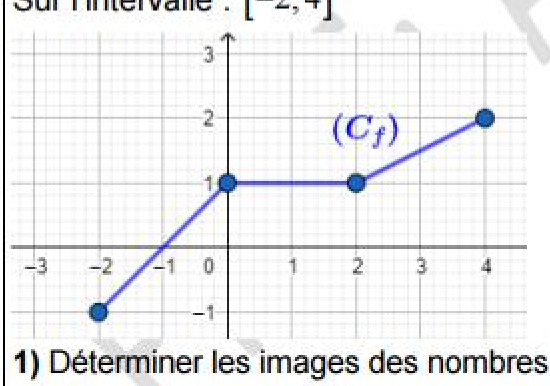
Si on sait que : $f(-3)=2$ calculer : $f(3)$

Exercice4 : Etudier la parité des fonctions suivantes définie par :

1) $f(x)=7-x^2$ 2) $f(x)=\frac{3}{x}$ 3) $f(x)=x+\frac{1}{x^2}$

Exercice5 : La figure ci-dessous représente la représentation graphique d'une fonction f

Sur l'intervalle : $[-2,4]$



1) Déterminer les images des nombres : **-2 ; -1 ;0 ; 2 ; 4** par la fonction f

2) Déterminer : $f(x)$ en fonction de x sur $[-2,4]$

Exercice6 : Soient les fonctions : $f:\{-1;0\}\to\mathbb{R}$, $x\mapsto 1+x$; $g:\{-1;0\}\to\mathbb{R}$, $x\mapsto\sqrt{1-x^2}$; $h:\{-1;0\}\to\mathbb{R}$, $x\mapsto -1+\sqrt{4+2x-x^2}$

Comparer les fonctions f ; g et h

Exercice7 : Soit les fonctions f et g définies par : $f(x)=\frac{x}{x-1}$ et $g(x)=\frac{x-1}{x+3}$

On pose : $h(x)=(g\circ f)(x)$

1) Déterminer D_h

2) Déterminer : $h(x)$ $\forall x\in D_{g\circ f}$

3) Soit la fonction k définie par : $k(x)=\frac{1}{4x-3}$

Les fonctions h et k sont-elles égales ?

Exercice8 : Soit f une fonction numérique définie par : $f(x)=\frac{\sin 2x\cos 2x}{2\cos 2x-1}$

1) Déterminer D_f et étudier la parité de f

2) Vérifier que f est périodique et π est une période de f

3) En déduire un domaine d'étude de f : D_E

Exercice9 : Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ et périodique de période $T=3$

Tel que : $f(x)=|x-2|$ $\forall x\in[0;3[$

1)Tracer la représentation graphique de la fonction sur $[-3;9[$ dans un repère $(0;\vec{i};\vec{j})$

2) Calculer : $f(9,78)$; $f(-8,75)$; $f(2023)$

3) Donner l'expression de : $f(x)$ sur les intervalles : $I_k=[3k;3(k+1)[$ $k\in\mathbb{Z}$

Exercice10 : Etudier les variations des fonctions définies par :

1) $f(x)=-2x-100$ 2) $g(x)=\frac{-4}{x}$ 3) $h(x)=-2x^3+2027$ 4) $k(x)=2001\sqrt{x-2}+2024$

Exercice11 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=\frac{1}{2}x^2-2x+3$ et (C_f) sa courbe représentative dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

A) Déterminer la nature de la courbe (C_f) de f et ces éléments caractéristiques et étudier les variations de f et dresser le Tableau de variations de f

B) On considère la fonction numérique g tel que : $g(x)=\frac{1}{2}x^2-2|x|+3$ et (C_g) sa courbe représentative

1) Etudier la parité de g

2) Que peut-on dire de la fonction f et de g sur $\mathbb{R}^+$

3) Dresser le Tableau de variations de g

4) Tracer les courbes représentative (C_f) et (C_g) dans un même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

5) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation : $g(x)=m$ avec : $m\in\mathbb{R}$

Exercice12 : Soit f une fonction tel que : $f(x)=\frac{x}{x-1}$; (C_f) Sa courbe représentative dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$ 1) Déterminer D_f

2) Calculer le taux d'accroissement de fonction de f entre x_1 et x_2 tel que $x_1\ne x_2$

3) Dresser son tableau de variation de f

4)Déterminer la nature de la courbe (C_f) de f et ces éléments caractéristiques

5) Tracer la courbe (C_f)

6) Soit g une fonction tel que : $g(x)=\frac{x}{|x|-1}$ a) Déterminer D_g

b) Montrer que : g est impaire

c) Montrer que : $g(x)=f(x)$ Pour tout $x\in D_f\cap\mathbb{R}^+$

d) En déduire une méthode pour tracer la courbe (C_g) de fonction g et tracer (C_f) et (C_g) dans le même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

e) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation $x-m|x|+m=0$ avec : $m\in\mathbb{R}$

Exercice13 : Soient f et g les deux fonctions définies par :

$f(x)=-x^2-2x+3$ et $g(x)=\frac{x-1}{x+2}$ et (C_f) et (C_g) Les courbes représentatives de f et g

1)Déterminer la nature de la courbe (C_f) de f et ces éléments caractéristiques et étudier les variations de f et dresser le Tableau de variations de f

2)Déterminer la nature de la courbe (C_g) de g et ces éléments caractéristiques et étudier les variations de g et dresser le Tableau de variations de g

3)a) Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f) avec l'axe des abscisses

b) Trouver le point d'intersection de la courbe (C_g) avec l'axe des abscisses

4)Tracer Les courbes représentatives (C_f) et (C_g) dans le même repère

5)a) Résoudre graphiquement l'équation $f(x)=g(x)$

b) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x)\ge g(x)$

Exercice14 : Soit la fonction h définie sur $\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$ par $h(x)=\sqrt{4x^2-1}$

1) Décomposer h en deux fonctions élémentaires.

2) Déterminer les variations de h sur $\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$

Exercice15 : Soient f et g les deux fonctions définies par : $g(x)=\frac{x+4}{x+2}$ et $f(x)=\frac{1}{2}x^2-x+\frac{3}{2}$

(C_f) et (C_g) les courbes représentatives de f et g dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) Dresser les tableaux de variations des fonctions f et g et déterminer la nature de (C_f) et (C_g) en déterminant les éléments caractéristiques

2) Trouver les points d'intersections de la courbe (C_g) avec les axes du repère

3) a) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}-\{-2\}$ $f(x)=g(x)\Leftrightarrow(x+1)^2(x-2)=0$

b) Déduire les points d'intersection des courbes (C_f) et (C_g)

c)Tracer Les courbes représentatives (C_f) et (C_g) dans le même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

3) Résoudre graphiquement l'inéquation : $(x-1)^2\ge\frac{4}{x+2}$

4) Soit F la fonction définie par : $F(x)=\frac{1}{2}x-\sqrt{x-3}$

a) Déterminer le domaine de la fonction F et vérifier que : $F(x)=(f\circ h)(x)$ avec : $h(x)=\sqrt{x-3}$

b) Etudier les variations de : F sur $[4,+\infty[$

Exercice16 : Soit g la fonction définie par : $g(x)=\frac{1}{2-x}$ et (C_g) La courbe représentative de g

A)1) a) Déterminer la nature de (C_g) et ses éléments caractéristiques.

b) Déterminer le tableau de variation de g

c) Tracer la courbe (C_g) dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

2) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations : $g(x)=x$ et $g(x)=1+x$

b) Déterminer le signe de : m^2+4m

c) Déterminer les valeurs de m ou la courbe (C_g) coupe la droite d'équation : $y=x+m$ en deux points

B)1) a) On considère la fonction f tel que : $f(x)=\frac{2x}{x^2-x+1}$

a) Calculer : $f(x)-f(y)$ $\forall x;y$ b) En déduire la monotonie de f dans: $[-1;1]$ et $[1;+\infty[$

c) Calculer : $f(x)+\frac{2}{3}$ puis en déduire son signe

d) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}$ $-\frac{2}{3}\le f(x)\le 2$

2) On considère la fonction h tel que : $h(x)=\frac{x^2-x+1}{2(x-1)^2}$

a) a) Déterminer D_h et vérifier que : $h(x)=(g\circ f)(x)$ $x\ne 0$

b) Étudier la monotonie de h dans: $[-1;1]$ et $[1;+\infty[$

Exercice17 : On considère l'application g définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par : $g(x)=\sqrt{x^2+2x+2}-x$

1) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}$ $g(x)>1$; g est-elle surjective ?

2) a) Montrer que : $\forall(x;y)\in\mathbb{R}^2$ $g(x)-g(y)=\frac{(x-y)(2-g(x)-g(y))}{\sqrt{x^2+2x+2}+\sqrt{y^2+2y+2}}$

b) Déduire que g est injective

3) Montrer que : la fonction g réalise une bijection de $\mathbb{R}$ vers $]1;+\infty[$ et déterminer sa réciproque

Exercice18 : Considérons la fonction f définie par : $f(x)=x\times E\left(\frac{1}{x}\right)$

1) Calculer : $f(2)$; $f(-2025)$; $f\left(-\frac{4}{9}\right)$

2) Déterminer : D_f

3) a) Montrer que : $\forall x\in]0;+\infty[$: $1-x\prec f(x)\le 1$

b) Montrer que : $\forall x\in]-\infty;0[$: $1\le f(x)\prec 1-x$

c) Donner une valeur simple de $f(x)$ sur $]1;+\infty[$ et sur $]-\infty;-1[$

Exercice19 : Considérons la fonction f définie par : $f(x)=x^2\times E\left(\frac{1}{x}\right)$

1) Déterminer : D_f

2) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}-\{0\}$; $x-x^2\le x^2E\left(\frac{1}{x}\right)\le x$

3) Montrer que : $\forall x>1$; $f(x)=0$

Exercice20 : Considérons les fonctions f et g définies par :

$f(x)=\frac{x}{a}\times E\left(\frac{b}{x}\right)$ avec : $(a;b)\in\mathbb{R}_+^*$

1) Déterminer : D_f

2) Montrer que : $\forall x\in]0;+\infty[$; $\frac{b}{a}-\frac{x}{a}\prec f(x)\le\frac{b}{a}$

3) Montrer que : $\forall x\in]-\infty;0[$; $\frac{b}{a}\le\frac{x}{a}\times E\left(\frac{b}{x}\right)\prec\frac{b}{a}-\frac{x}{a}$

Exercice21 : Considérons la fonction f définie par : $f(x)=E\left(\sqrt{\frac{x}{n}}\right)$ avec : $n\in\mathbb{N}^*$

1) Déterminer : D_f

2) Montrer que : $\forall x\in]n;n+1[$; $1\le E\left(\sqrt{\frac{x}{n}}\right)\prec E\left(\sqrt{1+\frac{1}{n}}\right)$

3) Montrer que : $\forall x\in[0;n[$; $f(x)=0$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien