1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Série N°9 : Généralités sur les fonctions

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com)

Exercice1 : Soit la fonction f définie par : $f(x)=\sqrt{2x+2}\times\sqrt{3-x}$

1)a) Déterminer D_f

b) Calculer : $f(0)$; $f(-1)$

c) Déterminer les antécédents de 0 et $\sqrt{6}$ par f (s'ils existent)

4) On considère la fonction g définie par : $g(x)=\sqrt{-2x^2+4x+6}$ Montrer que : $f=g$

Exercice2 : Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f dans les cas suivants :

1) $f(x)=\dfrac{x^4-2025}{6x^2-x-1}$ 2) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{2-4x}$ 3) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+1}}{x}$

4) $f(x)=\dfrac{3x^2+|x|-1}{\sqrt{16x^2-\frac{8}{3}x+\frac{1}{9}}}$ 5) $f(x)=\sqrt{\dfrac{-3x^2+x+5}{2x^2+x-5}}$ 6) $f(x)=\sqrt{2|x|-3}$

Exercice3 : Etudier la parité des fonctions suivantes définie par

1) $f(x)=3x^3-\dfrac{1}{x}$. 2) $f(x)=\dfrac{x}{x-2}$ 3) $f(x)=|x|-\dfrac{1}{x^2}$

Exercice4 : Soit la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x)=3|x|+2 & si\ |x|>1 \\ f(x)=x^2-2|x| & si\ |x|\le 1 \end{cases}$

Etudier la parité de la fonction f et en déduire le domaine d'étude de f

Exercice5 : Soit la fonction définie par : $f(x)=\dfrac{|x|\sin x}{\cos x-3}$;

(C_f) La courbe de f dans le repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

Montrer que : O est un centre de symétrie de (C_f)

Exercice6 : Etudier les variations de la fonction définie par : $g(x)=\dfrac{x}{x+1}$ et dresser son tableau de variations

Exercice7 : 1) À partir du tableau de variation de la fonction f, compléter les égalités ou inégalités suivantes

a) Pour x ∈ [−8 ; 4], $f(x)\ge$......

b) Pour x ∈ [−8 ; 4], $f(x)\le$......

c) Pour x ∈ [2,8 ; 3,3], $f(x)\le$......

2) a) Donner un encadrement de la fonction f sur l'intervalle [−8 ; 4].

b) Donner un encadrement de la fonction f sur l'intervalle [−7,4 ; −6,3].

x	-8	-7	-6	-5	-3	-2	1	3	4
$f(x)$	2	2	0	−4	0	4	0	−2	0

Exercice8 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=-x^2+4x-3$

Montrer que 1 est le maximum absolu de f sur $\mathbb{R}$

Exercice9 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=\sqrt{x+\sqrt{x}}-\sqrt{x}$

1) Déterminer D_f 2) Démontrer que f est minorée par 0 sur $\mathbb{R}^+$

3) Démontrer que f est minorée par $\dfrac{1}{2}$ sur $\mathbb{R}^+$

Exercice10 : On considère la fonction f définie par : $f(x)=\dfrac{2\sqrt{x}+1}{2x-\sqrt{x}+1}$

1) a) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}^+$; $2x-\sqrt{x}+1>0$

b) Déduire que : $D_f=\mathbb{R}^+$

2) a) Montrer que : la fonction f est minorée ; 0 est-elle valeur minimale de f ?

b) Montrer que 2 est la valeur maximale de f

Exercice11 : On considère les fonctions : $f(x)=x^2-2x+1$ et $g(x)=\dfrac{3x-3}{x+1}$

(C_f) et (C_g) les courbes représentatives des fonctions f et g

1)Déterminer la nature de la courbe (C_f) de f et ces éléments caractéristiques et étudier les variations de f et dresser le Tableau de variations de f

2)Déterminer la nature de la courbe (C_f) de f et ces éléments caractéristiques et étudier les variations de f et dresser le Tableau de variations de f

3)Déterminer les points d'intersection de (C_f) avec les axes du repère

4)Déterminer les points d'intersection de (C_g) avec les axes du repère

5)Tracer les courbes (C_f) et (C_g) dans le même repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

6) Déterminer algébriquement les points d'intersection de (C_f) et (C_g)

7)Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x)\ge g(x)$

8)Soit h la fonction définie par : $h(x)=\dfrac{3|x|-3}{|x|+1}$

a) Déterminer l'ensemble de définition D_h

b) Montrer que la fonction h est paire

c)Vérifier que $h(x)=g(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}^+$

9)Tracer la courbes (C_h) de h dans le même repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

10)Soit K la fonction définie par : $K(x)=|f(x)|$

a) Tracer la courbes (C_K) de K dans le même repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

b) Discuter suivant les valeurs du paramètre réel m, le nombre de solutions de L'équation $K(x)=m$

Exercice12 : soit f une fonction définie par : $f(x)=\dfrac{\sin x}{2+\cos x}$

1) Déterminer D_f ensemble de définition de f

2) Montrer que : f est périodique de période $T=2\pi$

2) Montrer qu'il suffit d'étudier f sur $[0;\pi]$

Exercice13 : Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}^*$ et périodique de période $T=1$

Tel que : $f(x)=\dfrac{1}{x^2}$ si $x\in]0;1[$

1) Calculer : $f(0,1)$; $f(-2025,09)$; $f(2020,2)$

2) Donner l'expression de : $f(x)$ sur les intervalles : $I_k=]k;k+1[$ $k\in\mathbb{Z}$

Exercice14 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=x|x|-4x+3$

1) Tracer la courbe représentative (C_f) de f dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

3) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation :
$-x|x|+4x-3+m=0$ avec : $m\in\mathbb{R}$

Exercice15 : Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}^+$ par : $f(x)=\dfrac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}$

1) Démontrer que f est majorée par 2 et minorée par $-\dfrac{1}{2}$

2) On pose : $\forall x\in\mathbb{R}^+$; $u(x)=\sqrt{x}$

a) Déterminer la fonction v telle que : $f=v\circ u$

b) En déduire les variations de f sur $\mathbb{R}^+$

Exercice16 : Soient f et g les deux fonctions définies par : $f(x)=\dfrac{5x-11}{4x-4}$ et $g(x)=x^2-2x-1$

(C_f) et (C_g) Les courbes représentatives de f et g dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

1)a) Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f) avec l'axe des abscisses

b) Déterminer D_f

c) Trouver les points d'intersections de la courbe (C_g) avec l'axe des abscisses

2) a) Déterminer a ; b et c tel que : $\forall x\in D_f$: $g(x)-f(x)=\dfrac{(x+1)(ax^2+bx+c)}{4x-4}$

b) Déterminer les points d'intersections de (C_f) et (C_g)

3)Tracer Les courbes représentatives (C_f) et (C_g) dans le même repère en précisant les points d'intersections

4)a) Résoudre graphiquement l'inéquation : $g(x)>f(x)$

b) Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x)\times g(x)\ge 0$

5) Déterminer : $D_{g\circ f}$ et les variations de $g\circ f$

6) Soit la fonction définie par : $h(x)=|g(x)|$

Tracer La courbes représentatives (C_h) de h dans le même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$ (avec une autre couleur)

Exercice17 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=x+1-2\sqrt{x+1}$

1) Déterminer D_f et calculer $f(0)$ et $f(1)$

2) a) Vérifier que : $1+f(x)=\left(\sqrt{x+1}-1\right)^2$; $\forall x\in D_f$

b) En déduire que f admet une valeur minimale absolue à déterminer

3) Soient U et V deux fonctions définies par : $U(x)=x^2-2x$ et $V(x)=\sqrt{x+1}$

a) Dresser le tableau de variation des fonctions U et V

b) En déduire les variations de f

Exercice 18 : Soit f une fonction numérique définie par : $f(x)=(-1)^{E(x)}\left(\dfrac{x}{4}-E\left(\dfrac{x}{4}\right)\right)^2$

1) Calculer : $f(3)$; $f\left(\dfrac{1}{2}\right)$; $f\left(-\dfrac{3}{2}\right)$; $f(2024)$

2) Montrer que f est bornée

3) Montrer que $T=4$ est une période pour la fonction f

4) Donner une expression simple de : $f(x)$ sur l'intervalle : $I=[0;4[$

5) Tracer la représentation graphique de la fonction sur $[-4;8]$ dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

6) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $f(x)=(-1)^{E(x)}\left(\left(\dfrac{x}{4}\right)^2-\dfrac{x}{2}E\left(\dfrac{x}{4}\right)+2E\left(\dfrac{x}{4}\right)\right)$

Exercice19 : Considérons la fonction f définie par : $f(x)=\dfrac{xE(x)}{x+E(x)}$

1) a) Montrer que : $E(x)=-x\Leftrightarrow x=0$

b) En déduire : D_f

2) a) Simplifier $f(x)$ si $x\in]0;1[$

b) Vérifier que : $f(x)=\dfrac{x}{1-x}$ si $x\in]-1;0[$

3) Montrer que : $\dfrac{x^2-x}{2x}\le f(x)\le\dfrac{x^2}{2x-1}$; $\forall x\in]1;+\infty[$

4) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $xE(x)=x+E(x)$

Exercice20 : Considérons la fonction f_n définie par :

$f_n(x)=\dfrac{E(x)+E(x+\frac{1}{n})+\ldots+E(x+\frac{n-1}{n})}{nx}$ Avec : $n\in\mathbb{N}^*$

1) Déterminer : D_f

2) Simplifier : $f_1(x)$

3) a) Montrer que : $E(x)+E(x+\dfrac{1}{2})=E(2x)$ $\forall x\in\mathbb{R}$ (poser : $E(x)=n$ et discuter)

b) En déduire une simplification de : $f_2(x)$

4) Montrer que : $f_n(x)=\dfrac{E(nx)}{nx}$; $\forall n\in\mathbb{N}^*$; $\forall x\in\mathbb{R}^*$

5) a) Montrer que : $1-\dfrac{1}{nx}\prec f_n(x)\le 1$; $\forall x\in]0;+\infty[$

c) Donner une valeur simple de $f_n(x)$ sur $\left]0;\dfrac{1}{n}\right[$; $\left]-\dfrac{1}{n};0\right[$; $\left]1;1+\dfrac{1}{n}\right[$ et sur $\left]1-\dfrac{1}{n};1\right[$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien